

Driehoek met bewegend hoekpunt

13 maximumscore 5

- Als P op lijn k ligt, vormen A , B en P niet de hoekpunten van een driehoek 1
- Een vergelijking van k is $y = 10 - \frac{1}{4}x$ 1
- P ligt op k als $30 - 3t = 10 - \frac{1}{4}(18 + 5t)$ 1
- Dit geeft $t = 14$ 1
- De coördinaten van P zijn dan $(88, -12)$ 1

of

- Als P op lijn k ligt, vormen A , B en P niet de hoekpunten van een driehoek 1
- Een vergelijking van k is $y = 10 - \frac{1}{4}x$ 1
- Een vergelijking van m is $y = -\frac{3}{5}x + 40\frac{4}{5}$ 1
- P ligt op k als $-\frac{3}{5}x + 40\frac{4}{5} = 10 - \frac{1}{4}x$ 1
- Dit geeft $x = 88$, waaruit volgt dat de coördinaten van P dan $(88, -12)$ zijn 1

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

14 maximumscore 8

- $\overrightarrow{AP} = \begin{pmatrix} 18+5t \\ 20-3t \end{pmatrix}$ 1
- $\overrightarrow{BP} = \begin{pmatrix} -22+5t \\ 30-3t \end{pmatrix}$ 1
- $\angle APB = 90^\circ$, dus $(\overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{BP} = 0$, dus)
 $(18+5t)(-22+5t) + (20-3t)(30-3t) = 0$ 1
- Herleiden tot $t^2 - 5t + 6 = 0$ (of $34t^2 - 170t + 204 = 0$) 1
- Dit geeft $(t-3)(t-2) = 0$ (of $t = \frac{5 \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 6}}{2 \cdot 1}$) 1
- $t = 2$ geeft $P(28, 24)$ en $t = 3$ geeft $P(33, 21)$ 1
- Berekenen van de lengtes van AP en BP (voor beide gevallen) 1
- $AP \neq BP$, dus driehoek ABP is dan niet gelijkbenig (dus zo'n punt P is er niet) 1

of

- AB is de diagonaal van het vierkant met hoekpunten A , B en P , dus P moet liggen op de andere diagonaal (de middelloodlijn van AB) op afstand $\frac{1}{2}AB$ van het midden van het vierkant 1
- $M(20, 5)$ is het midden van lijnstuk AB (en van het vierkant) 1
- $\overrightarrow{AM} = \begin{pmatrix} 20 \\ -5 \end{pmatrix}$ 1
- Voor P moet gelden: $\overrightarrow{OP} = \overrightarrow{OM} + \overrightarrow{AM}_L = \begin{pmatrix} 20 \\ 5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 5 \\ 20 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 25 \\ 25 \end{pmatrix}$ waarbij \overrightarrow{AM}_L de vector is die je krijgt als je vector \overrightarrow{AM} 90° linksom draait 2
- Een berekening die aantoont dat het punt $(25, 25)$ niet op lijn m ligt 2
- De conclusie dat driehoek ABP dan niet gelijkbenig is (dus zo'n punt P is er niet) 1

of

- $\angle APB = 90^\circ$, dus P ligt op de cirkel met middellijn AB 1
- De cirkel met middellijn AB heeft vergelijking $(x-20)^2 + (y-5)^2 = 425$ 1
- Snijden met lijn m geeft $(18+5t-20)^2 + (30-3t-5)^2 = 425$ 1
- Herleiden tot $t^2 - 5t + 6 = 0$ (of $34t^2 - 170t + 204 = 0$) 1
- Dit geeft $(t-3)(t-2) = 0$ (of $t = \frac{5 \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 6}}{2 \cdot 1}$) 1
- $t = 2$ geeft $P(28, 24)$ en $t = 3$ geeft $P(33, 21)$ 1
- Berekenen van de lengtes van AP en BP (voor beide gevallen) 1
- $AP \neq BP$, dus driehoek ABP is dan niet gelijkbenig (dus zo'n punt P is er niet) 1

of

Vraag	Antwoord	Scores
	• $\angle APB = 90^\circ$, dus $AP^2 + BP^2 = AB^2$	1
	• $(18+5t)^2 + (20-3t)^2 + (-22+5t)^2 + (30-3t)^2 = 10^2 + 40^2 = 1700$	2
	• Herleiden tot $t^2 - 5t + 6 = 0$ (of $68t^2 - 340t + 408 = 0$)	1
	• Dit geeft $(t-3)(t-2) = 0$ (of $t = \frac{5 \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 6}}{2 \cdot 1}$)	1
	• $t = 2$ geeft $P(28, 24)$ en $t = 3$ geeft $P(33, 21)$	1
	• Berekenen van de lengtes van AP en BP (voor beide gevallen)	1
	• $AP \neq BP$, dus driehoek ABP is dan niet gelijkbenig (dus zo'n punt P is er niet)	1
	of	
	• Dan geldt $AP = BP$	1
	• $AP^2 = BP^2$ geeft $(18+5t)^2 + (20-3t)^2 = (-22+5t)^2 + (30-3t)^2$	1
	• Herleiden tot $60t + 724 = -400t + 1384$	1
	• Dit geeft $t = \frac{33}{23}$ ($= 1,43\dots$)	1
	• $P(25\frac{4}{23}, 25\frac{16}{23})$ ($= (25,17\dots; 25,69\dots)$)	1
	• $AP (= BP) = \sqrt{(25\frac{4}{23})^2 + (15\frac{16}{23})^2} = \sqrt{880\frac{42}{529}}$ ($= 29,66\dots$)	1
	• $AB = \sqrt{1700}$ ($= 41,23\dots$)	1
	• $AB \neq AP \cdot \sqrt{2}$, dus hoek P is dan niet recht (dus zo'n punt P is er niet)	1
	of	
	• Dan ligt P op de middelloodlijn van AB (want PA en PB zijn dan even lang)	1
	• Een vergelijking van deze middelloodlijn is $y - 5 = 4(x - 20)$ (of $y = 4x - 75$)	1
	• Snijden met lijn m geeft $30 - 3t - 5 = 4(18 + 5t - 20)$	1
	• Dit geeft $t = \frac{33}{23}$ ($= 1,43\dots$)	1
	• Dus $P(25\frac{4}{23}, 25\frac{16}{23})$ ($= (25,17\dots; 25,69\dots)$)	1
	• $AP^2 = (25\frac{4}{23})^2 + (15\frac{16}{23})^2 = 880\frac{42}{529}$ ($= 880,07\dots$)	1
	• $AB^2 = 10^2 + 40^2 = 1700$	1
	• $1700 \neq 2 \cdot 880\frac{42}{529}$, dus hoek P is dan niet recht (dus zo'n punt P is er niet)	1

Opmerkingen

- Voor het vierde en vijfde antwoordelement van het tweede antwoordalternatief mogen 0, 1 of 2 scorepunten worden toegekend.
- Voor het tweede antwoordelement van het vierde antwoordalternatief mogen 0, 1 of